علاقة سرعة خروج الغازات من النافث مع ضغط حجرة الاحتراق في محركات الوقود الصلب

م.محمد حديد، د، إجلال الحصري، د. عبد الرحمن نوار، د. أحمد المجيد
كلية الهندسة الميكانيكية ـ جامعة إدلب

الملخص:

تضمن هذا البحث دراسة تحليلية في نظرية النوافث للصواريخ التي تعمل بالوقود الدافع الصلب، والمفاهيم الأساسية التي تعتمد عليها نظرية النوافث، إذ تم في هذا البحث دراسة واستنتاج علاقة سرعة خروج الغازات من النافث مع ضغط حجرة الاحتراق وهي من أكثر العلاقات فائدة، إضافة إلى علاقة نسبة المقاطع (مقطع مخرج النافث إلى مقطع عنق النافث) والتي تحدد نسبة التمدد المثالية للنافث.

كما تضمن البحث بعض الحسابات المتعلقة بدراسة وتصميم النافث، إذ حسبت سرعة تدفق الغازات عند مخرج النافث كتابع لضغط حجرة الاحتراق ورسم منحني العلاقة بينهما، وحساب نسبة التمدد المثالية للنافث وقطر مخرج النافث، وذلك لأحد أنواع الوقود الدافع وهو نترات البوتاسيوم ـ السوربيتول (KNSB).

الكلمات الافتتاحية: التدفق الإيزونتربي، عنق النافث، نافث دي لافال، ضغط حجرة الاحتراق، سرعة مخرج النافث.

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

The Relationship of the Nozzle Exit Gas Velocity with the Combustion Chamber Pressure of Solid Propellant Engines

En. Mohammed Hadid, Dr. Ijlal Hesari, Dr. Abd Alrahman Nawwar
Dr. Ahmad Almajid
Mechanical Engineering – Idleb University

Abstract:

This research included an analytical study of the nozzle theory for solid propellant rockets, And the basic concepts on which the nozzle theory depends. This research studied and concluded the relationship between the exit gases velocity and the pressure of combustion chamber in the solid propellant rockets, which is one of the most useful relationships, in addition to the relationship of the cross-sectional ratio (the nozzle exit area to the nozzle throat area), which determines the optimum expansion ratio for the nozzle.

The research also included some calculations related to the study and design of the nozzle, where the velocity of gas flow at the nozzle exit was calculated as a function of the combustion chamber pressure, drawing the relationship curve between them, calculating the optimum expansion ratio for the nozzle and the diameter of the nozzle exit, for one of the types of propellant, which is potassium nitrate-sorbitol (KNSB).

Key words: Isentropic Flow, Nozzle Throat, De Laval Nozzle, Combustion Chamber Pressure, Nozzle Exit Velocity.

1- مقدمة: Introduction

تتمثل الوظيفة الأساسية لنافث المحرك الصاروخي في توجيه وتسريع غازات الاحتراق الناتجة من احتراق الوقود الدافع بطريقة تزيد من سرعة الغازات عند المخرج إلى سرعة فوق صوتية، ينجز هذا العمل من خلال تصميم هندسي مناسب مع عدّ التدفق إيزونتربي (تقليل من ضياعات الاحتكاك واضطرابات الصدمة والنقل الحراري بالحد الأدنى).

يمكن استنتاج علاقة سرعة غازات الاحتراق عند مخرج النافث كتابع لضغط حجرة الاحتراق، والحصول على أقصى سرعة ممكنة (وهو يؤدي إلى زيادة في سرعة الصاروخ) عند تحقيق شرط تصميم مثالي للنافث، الذي يوافق نسبة تمدد مثالية في النافث.

2- أهمية البحث: *Importance of Research*

تعدّ عملية التمدد في النافث وما يرافقها من تحولات وتفاعلات كيميائية وانتقال حرارة وتدفق الغازات دراسة معقدة للغاية، كما أن تصميم الشكل الهندسي للنافث له أهمية كبيرة في الوصول الى سرعة خرج فوق صوتية.

ومن هنا تظهر أهمية هذا البحث في تبسيط الدراسة باستخدام الفرضيات التي تساعد في الحصول على نتائج قريبة من الأداء الفعلي للمحرك الصاروخي، واستنتاج العلاقات المتعلقة بدراسة وتصميم النافث وخاصة العلاقة التي تربط سرعة خرج الغازات للنافث بضغط حجرة الاحتراق، لما لها أهمية كبيرة في تحديد قيمة سرعة الخرج إذ تحدد قيمة الدفع ومن ثم سرعة ومدى الصاروخ.

الفائدة من هذه الدراسة هي التعرف على المفاهيم العلمية في مجال علم الطيران بشكل عام وفي المحركات الصاروخية الصلبة بشكل خاص.

3- نظرية النوافث: *Nozzle Theory*

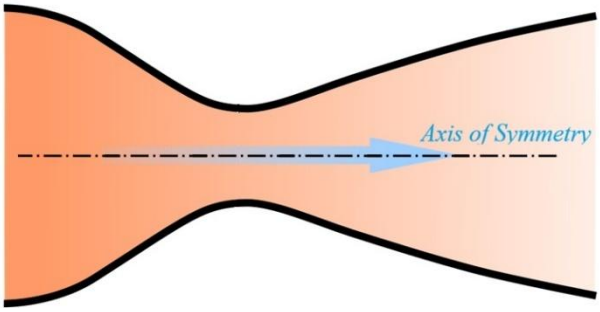
ببساطة يمكن وصف نافث الصاروخ بأنه أداة ممتازة، تنحصر وظيفتها الأساسية في توجيه وتسريع نواتج الاحتراق الناتجة من احتراق الوقود الدافع بطريقة تزيد من سرعة الغازات عند المخرج إلى سرعة فوق صوتية. يؤدي نافث الصاروخ المألوف والمعروف باسم النافث المتقارب – المتباعد أو نافث دي لافال (*De Laval Nozzle*) هذا العمل الرائع من خلال تغيير مساحة المقطع العرضي (أو القطر) بشكل دقيق.

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

يتضمن تحليل نافث الصاروخ مفهوم " تدفق مائع قابل للانضغاط أحادي البعد وثابت للغاز المثالي"، (IJMPERD,2019,P2) وهذا يعني باختصار أن:

*– تدفق المائع (غازات الخرج + الجسيمات الصلبة) ثابت ولا يتغير مع مرور الزمن أثناء الاحتراق.

*– التدفق أحادي البعد يعني أن اتجاه التدفق يكون على طول خط مستقيم، بالنسبة للنافث يفترض أن يكون التدفق على طول محور التناظر، موضح في الشكل (1).



الشكل (1): مخطط توضيحي للتدفق على طول محور تناظر النافث

*– التدفق القابل للانضغاط: عادة يستعمل مفهوم تدفق الموائع القابلة للانضغاط للغازات التي تتحرك بسرعة عالية (عادةً فوق صوتية)، على عكس مفهوم التدفق غير القابل للانضغاط الذي يستعمل للسوائل والغازات التي تتحرك بسرعات أقل بكثير من سرعة الصوت، يبدي المائع القابل للانضغاط تغيرات كبيرة في الكثافة بينما لا يحدث ذلك في المائع غير القابل للانضغاط.

*– إن مفهوم الغاز المثالي يفترض من أجل التبسيط، يسمح باستعماله العلاقة المباشرة بين الضغط والكثافة ودرجة الحرارة وهي خصائص ذات أهمية خاصة في تحليل التدفق عبر النافث.

تتأثر خصائص الموائع القابلة للانضغاط مثل السرعة والكثافة والضغط ودرجة الحرارة عند تدفق الموائع بالعوامل التالية:

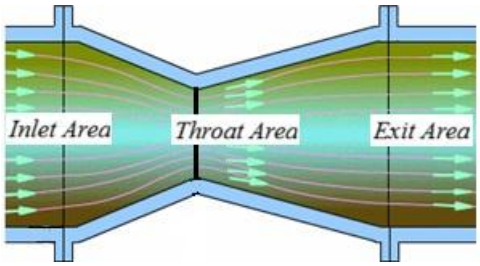
1- تغيير مساحة المقطع العرضي.

2- الاحتكاك.

3- ضياع الحرارة بالوسط المحيط.

الهدف من تصميم نافث الصاروخ هو تسريع نواتج الاحتراق إلى أعلى سرعة خروج ممكنة، يتحقق ذلك من خلال تصميم الشكل الهندسي الضروري للفوهة مع توفر شرط أن يكون التدفق ايزونتروبياً. يعدّ التدفق إيزونتروبياً عندما يكون معتمداً فقط على مساحة المقطع العرضي (cross-sectional area)، ما يستوجب تدفقًا عديم الاحتكاك وأديباتي(كظوم) adiabatic (بدون ضياع حراري). لذلك في النافث الفعلي من الضروري تقليل تأثيرات الاحتكاك واضطرابات التدفق، والظروف التي يمكن أن تؤدي إلى ضياعات الصدمة، إضافة إلى ذلك يجب تقليل ضياعات نقل الحرارة بالحد الأدنى. بهذه الطريقة تكون خصائص التدفق قريبة من الإيزونتروبي وتتأثر فقط بمساحة المقطع العرضي المتغيرة أثناء تحرك المائع عبر النافث.

تظهر في الشكل (2) مساحات المقاطع العرضية للنافث النموذجي ذات الأهمية الخاصة (مقطع مدخل النافث، مقطع عنق النافث، مقطع مخرج لنافث).



الشكل (2): مساحات المقاطع العرضية للنافث النموذجي

3-1- أهم المفاهيم التي تقوم عليها نظرية النوافث:

The most important concepts on base the nozzles theory

3-1-1- التدفق الإيزونتروبي: *Isentropic flow*

العمليات التي تتم تحت درجة حرارة ثابتة (dT=0)

يشير التدفق الإيزونتروبي إلى تدفق المائع الذي تظل فيه درجة الحرارة ثابتة، وهذا يعني أن المائع أو الغاز لا يخضع لأي انتقال داخلي للحرارة وأن درجة الحرارة ثابتة طوال التدفق.(Hill & Peterson,1992,P69) غالبًا يستعمل التدفق الثابت الإيزونتروبي بوصفه

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

مثالاً نظرياً في ديناميك الموائع والديناميك والترموديناميك، ويستعمل لنمذجة أنواع معينة من التدفق في التطبيقات الهندسية والعلمية.

3-1-2- الانثالبي: *Enthalpy*

تغيرات الحرارة تحت ضغط ثابت (dP=0) يرمز لها بـ (H)

هي تعبير عن الكمون الديناميكي الحراري للنظام، وهي مقياس للطاقة الكلية لنظام ترموديناميكي، ومن ضمنها الطاقة الداخلية U إضافة إلى كمية الطاقة اللازمة لتغير حجم النظام خلال الوسط المحيط وحدة الإنثالبي هي جول (J).

لا يمكن قياس الإنثالبي الكلي H لنظام ولكننا نستعمل التغير في الإنثالبي ΔH وهي كمية يمكن قياسها والاستفادة بها أكثر من تعيين قيمتها المطلقة وقد اتفق على الآتي:

تغير ΔH موجب الإشارة: فيكون تفاعل يمتص الحرارة.

تغير ΔH سالب الإشارة: فيكون تفاعل طارد للحرارة.

ويعدّ التغير في الإنثالبي ΔH لنظام هو العمل غير الميكانيكي الذي نمد به النظام أو كمية الحرارة التي نعطيها للنظام. وعند ثبات الضغط تكون ΔH مساوية للتغير في الطاقة الداخلية ΔU للنظام إضافة إلى كمية العمل التي يؤديها النظام ويعطيها إلى الوسط المحيط. يتكون الإنثالبي لنظام من جزئين طاقة داخلية U وعمل ناتج عن تغير الحجم P.V (العمل هنا هو حاصل ضرب الضغط P في الحجم V):

$$H = U + PV$$

3-1-3- الأديبات (العملية الكظومة): *Adiabatic (Q =0)*

هو الإجراء الديناميكي الحراري التي لا يوجد فيها تبادل حراري بين المنظومة والوسط المحيط أي أنه معزول حراريا وتكتب المعادلة بالشكل، (Zucker,2002,P105):

$$TV^{k-1} = constant$$

T : درجة الحرارة المطلقة.

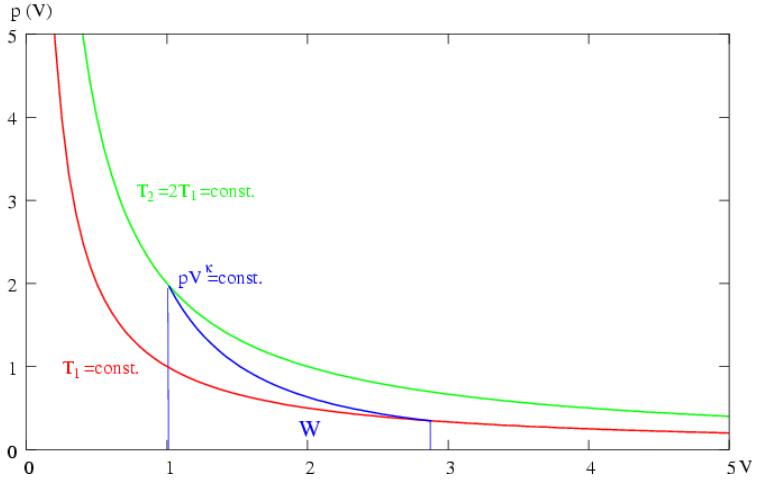
يقتضي تعريف العملية الأديباتية بأن الانتقال الحراري للنظام هو صفر(Q= 0) وفقا للقانون الأول للترموديناميك:

$$dU + dW = dQ = 0$$

إذ أن dU هي التغير في الطاقة الداخلية للنظام و dW هو العمل المبذول بواسطة النظام، يعتمد فيها العمل المبذول (dW) على حساب الطاقة الداخلية U نظرا لعدم دخول حرارة إلى النظام من الوسط المحيط ويعرف العمل (الضغط*الحجم) للنظام بأنه:

$$dW = P \cdot dV$$

لكن P لا تبقى ثابتة أثناء العملية الكظومة وإنما تتغير مع تغير V لذلك يكون من الأفضل معرفة كيفية ارتباط dP و dV أثناء إنجاز العملية الأديباتية. كما في الشكل(3) .



الشكل (3): تغير الضغط مع الحجم في العملية الكظومة

3-1-4- دراسة تدفق الغازات خلال النافث:

Study of gas flow through the nozzle

يتضمن تحليل تدفق الموائع القابلة للضغط أربع معادلات ذات أهمية خاصة:

1- الطاقة

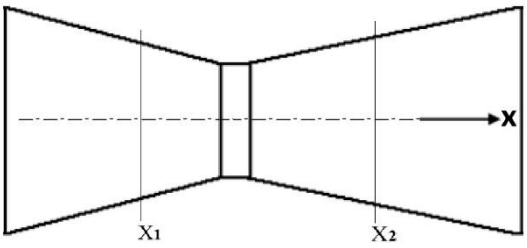
2- الاستمرارية

3- كمية الحركة

4- معادلة الحالة

معادلة الطاقة هي عبارة عن مبدأ الحفاظ على الطاقة، بالنسبة للتدفق الأدياباتي بين أي نقطتين X_1 و X_2 ، كما هو مبين في الشكل (4)، يعطى بالعلاقة الآتية:

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13



الشكل (4): مخطط توضيحي لمقطع النافث

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = C_p(T_1 - T_2)$$

h : انثالبي الطاقة الحرارية للمائع (التي يمكن عدّها الطاقة المتاحة لنقل الحرارة)

v : سرعة التدفق في الاتجاه x.

C_p: السعة الحرارية الفعالة للمائع.

T : درجة حرارة المائع.

توفر هذه العلاقة معلومات قيّمة حول كيفية عمل نافث الصاروخ، وبالنظر إلى الحدين الأولين يتبين أن التغير (النقصان) في الانثالبي يساوي التغير (الزيادة) في الطاقة الحركية، وبعبارة أخرى تستعمل حرارة المائع لتسريع التدفق إلى سرعة أعظمية، أما الحد الثالث يمثل التغير (النقصان) الناتج في درجة حرارة التدفق ويمكن تقريب السعة الحرارية لتكون ثابتة وهي خاصية تحدد من خلال بنية نواتج الاحتراق.

من الواضح أن خصائص المائع (مثل درجة الحرارة) هي تابع لسرعة التدفق، عند وصف حالة المائع عند أي نقطة على طول تدفقه فمن المناسب اعتبار حالة السكون كحالة مرجعية. يمكن عدّ خصائص السكون هي الخصائص التي تنتج إذا تباطأ المائع (إيزونتروبياً) إلى السرعة صفر (أي تدفق معدوم) (Sutton & Biblarz,2017,P48).

يمكن أن نحصل على درجة حرارة السكون To من معادلة الطاقة (بوضع $V_2=0$):

$$C_p(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$C_pT - C_pT_o = \frac{1}{2}(0 - v^2) \quad \Rightarrow \quad C_pT_o = C_pT - \frac{v^2}{2}$$

$$T_o = T + \frac{v^2}{2C_p} \qquad (1)$$

بالنسبة لعملية التدفق الإيزونتروبي توجد العلاقة المهمة الآتية لخصائص السكون بين درجة الحرارة والضغط وكثافة المائع:

$$\frac{T_o}{T} = \left(\frac{P_o}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{k-1} \qquad (2)$$

إذ k هي مهمة للغاية وتعرف بنسبة الحرارة النوعية والتي يشار إليها أيضًا باسم الأس الإيزونتروبي تعرّف بالعلاقة:

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R}$$

$$C_p - C_v = R \qquad C_p = \frac{k}{k-1}R \qquad C_v = \frac{1}{k-1}R$$

يعدّ كل من C_p (J/kg.K) و R (ثابت الغاز النوعي) من الخصائص التي تحدّد من خلال بنية نواتج الاحتراق، إذ R = R'/ $\mathcal{M}$ (J/kmol.K) R' هو ثابت الغاز العام (*universal gas constant*)، و$\mathcal{M}$ (kg/kmol) هو الوزن المولي (الجزيئي) الفعال (*effective molecular weight*) لنواتج الاحتراق. إذا كانت منتجات الاحتراق تحتوي على نسبة ملحوظة من جسيمات متبقية غير محترقة، فإن قيمة الوزن الجزيئي الفعال M يجب أن تركز على ذلك. كذلك، يجب استخدام k المناسب الذي يركز على التدفق على مرحلتين (ثنائي الطور).

لمعرفة نواتج الاحتراق لأحد أنواع الوقود الدافع الصلب يمكن أن نأخذ الوقود الدافع نترات البوتاسيوم ـ سوربيتول (*Potassium Nitrate-Sorbitol*) (KNSB) وفق المعادلة الكيميائية الآتية (Hasan & Phillips,2007,P2):

$$5O2 + 4KNO3 + 2C6H4O6 \rightarrow 12CO2 + 4H2O + 2N2 + 2K2CO3$$

ومن الجدولين (1) و (2) يمكن الحصول على قيم كل من (C_p , $\mathcal{M}$, k) لبعض نواتج الاحتراق للوقود الدافع. (https://www.nakka-rocketry.net)

الجدول (1): يتضمن الكتلة المولية $\mathcal{M}$ لبعض نواتج الاحتراق

	$\mathcal{M}_W$ (g/mol)	Number of moles	Mole fraction	System mass (g)	Mass fraction
CO	28.01	0.478	0.1692	13.386	0.1339
H2	2.02	0.412	0.1458	0.832	0.0083
KH	40.11	0.000	0.000*0	0.000	0.0000
N2	28.02	0.321	0.1138	9.003	0.0900
CO2	44.01	0.359	0.1271	15.799	0.1580

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

H2O	18.02	0.927	0.3283	16.709	0.1671
KOH	56.11	0.011	0.0039	0.610	0.0061
OH	17.01	0.000	0.0000	0.000	0.0000
H	1.01	0.000	0.0000	0.000	0.0000
K	39.1	0.000	0.0001	0.016	0.0002
K2O2H2	112.22	0.000	0.0001	0.017	0.0002
K2CO3(L)	138.21	0.316	0.1118	43.636	0.4363
Total moles:		2.824	1.0000	100.01	1.000
Gas moles:		2.509	0.8882	56.372	0.2637
Condensed phase moles:		0.316	0.1118	43.636	0.4363

الجدول (2): يتضمن قيم (C_p ; k) عند ضغط ثابت لبعض نواتج الاحتراق

	Specific Heat of solid (Cs) and gas (Cp) at constant pressure											
	Cs	Cp										
Temp	K_2CO_3	KOH	CO	CO_2	H_2	H_2O	N_2	Gas	Mixture	k	k'	k
K	Ref. JANAF	Ref. NIST	Ref. JANAF					only		mixture	gas	2-phase
300	114.70		29.14	37.221	28.849	33.60	29.125	31.57	46.34	1.2187	1.3576	1.0770
400	128.14		29.34	41.325	29.181	34.26	29.249	32.56	49.07	1.2040	1.3429	1.0699
500	140.05		29.75	44.627	29.26	35.23	29.58	33.57	51.61	1.1920	1.3292	1.0646
600	150.67		30.44	47.321	29.327	36.33	30.11	34.62	54.02	1.1819	1.3161	1.0604
700	160.48		31.17	49.564	29.441	37.50	30.754	35.64	56.31	1.1732	1.3043	1.0570
800	170.04		31.90	51.434	29.624	38.72	31.433	36.63	58.53	1.1656	1.2936	1.0540
900	179.52		32.58	52.999	29.881	39.99	32.09	37.58	60.71	1.1587	1.2841	1.0513
1000	188.95		33.18	54.308	30.205	41.27	32.697	38.49	62.82	1.1525	1.2756	1.0490
1100	198.32		33.71	55.409	30.581	42.54	33.241	39.33	64.87	1.1470	1.2681	1.0468
1200	205.26		34.18	56.342	30.992	43.77	33.723	40.12	66.56	1.1428	1.2614	1.0453
1300	209.20		34.57	57.137	31.423	44.95	34.147	40.85	67.79	1.1398	1.2556	1.0444
1400	209.20		34.92	57.802	31.861	46.05	34.518	41.51	68.46	1.1382	1.2505	1.0443
1500	209.20		35.22	58.379	32.298	47.09	34.843	42.12	69.06	1.1369	1.2459	1.0441
1600	209.20	57.5	35.48	58.886	32.725	48.05	35.128	43.35	70.30	1.1341	1.2373	1.0438
1700	209.20	57.8	35.71	59.317	32.139	48.94	35.378	43.73	70.68	1.1333	1.2348	1.0437
1800	209.20	58.1	35.91	59.701	33.537	49.75	35.6	44.33	71.27	1.1321	1.2309	1.0436
1900	209.20	58.4	36.09	60.049	33.917	50.50	35.796	44.76	71.70	1.1312	1.2281	1.0435
2000	209.20	58.7	36.25	60.35	34.28	51.18	35.971	45.15	72.09	1.1304	1.2257	1.0434
2100	209.20	58.9	36.39	60.622	34.624	51.82	36.126	45.51	72.45	1.1296	1.2236	1.0433
2200	209.20	59.1	36.52	60.865	34.952	52.41	36.268	45.83	72.78	1.1290	1.2216	1.0433
2300	209.20		36.64	61.086	35.263	52.95	36.395	45.44	72.38	1.1298	1.2239	1.0434
2400	209.20		36.32	61.287	35.559	53.44	36.511	45.62	72.57	1.1294	1.2228	1.0433
2500	209.20		36.84	61.471	35.842	53.90	36.616	45.97	72.92	1.1287	1.2208	1.0432
	Note: Units of Cp and Cs are J/mol-K											

السرعة الصوتية المحلية a ورقم ماخ (*Mach*) M (يعرف كنسبة سرعة التدفق إلى السرعة الصوتية المحلية) تعطى بالعلاقة:

$$a = \sqrt{kRT} \qquad M = \frac{v}{a} \qquad (3)$$

من العلاقات (1 , 2 , 3) يمكن كتابة العلاقة بين درجة حرارة السكون (يشار إليها أيضًا بدرجة الحرارة الإجمالية)، (Jafarmadar,2012,P14) ورقم ماخ على النحو الآتي:

$$\frac{v}{M} = \sqrt{kRT} \qquad \Rightarrow \qquad v^2 = kRTM^2$$

نعوض في العلاقة (1) فنجد:

$$T_o = T + \frac{kRTM^2}{2C_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_o}{T} = 1 + \frac{k}{2}\frac{R}{C_p}M^2$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{k}{2}\frac{C_p - C_v}{C_p}M^2$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}M^2 \qquad (4)$$

يتبين من القانونين الأول والثاني في الترموديناميك لأي عملية ايزونتروبية أن:

$$\frac{P}{\rho^k} = constant \qquad (5)$$

من المعادلتين (4 , 5) ومن معادلة الحالة للغاز المثالي $P = \rho RT$ ، العلاقة بين ضغط السكون والكثافة مع عدد ماخ يمكن التعبير عنهما كما هو موضح في العلاقتين التاليتين (Ostlund,2002,P6):

$$\frac{P_o}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad (6)$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \qquad (7)$$

تعدّ المعادلات (4 ,7,6) مفيدة بشكل خاص لأنها تسمح بتحديد أي خاصية في التدفق عندما يكون رقم ماخ وخصائص التوقف معروفة، إن خصائص التوقف (الإجمالي) T_o و P_o و ρ_o هي ببساطة الخصائص الموجودة في حجرة احتراق الصاروخ، إذ إن سرعة التدفق معدومة في هذا المكان. بمعنى آخر، T_o هي درجة حرارة احتراق الوقود الدافع (AFT) و P_o هو ضغط الحجرة و ρ_o هي كثافة نواتج الاحتراق في ظروف الحجرة.

خاصية أخرى مهمة للسكون هي انثالبي السكون يحصل على ذلك من معادلة الطاقة (بوضع $v_2=0$):

$$h_o = h + \frac{v^2}{2} \qquad (8)$$

فيزيائيًا، انثالبي السكون هو الانثالبي الذي يوصل إليه إذا تم تباطأ التدفق (عند نقطة ما) بطريقة أو بأخرى إلى السرعة صفر، ومن المفيد أن نلاحظ أن انثالبي السكون

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

يكون ثابتًا طوال التدفق في النافث وينطبق هذا أيضًا على خصائص السكون الأخرى (درجة الحرارة والضغط والكثافة).

أما العلاقة الثانية من العلاقات الأربع الهامة المتعلقة بتدفق المائع القابل للانضغاط، كما تمت مناقشتها سابقًا، فهي معادلة الاستمرار (أو الحفاظ على الكتلة)، والتي تعطى بالعلاقة (Davenas,1993):

$$\rho\ A\ v = constant = \rho^*\ A^*\ v^* \qquad (9)$$

إذ: A : هي مساحة المقطع العرضي للنافث. وv : هي سرعة التدفق.

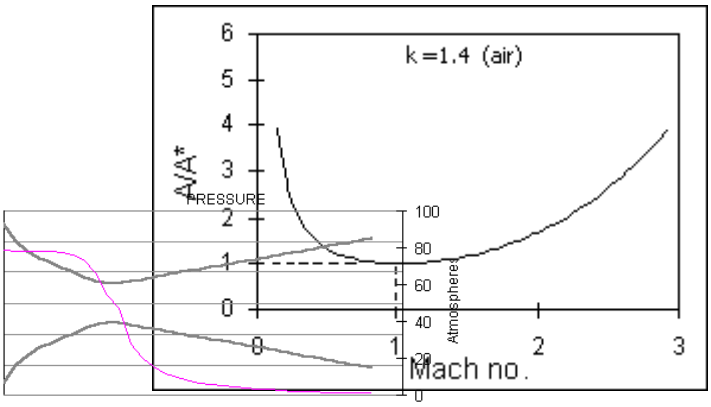
تنص هذه المعادلة ببساطة على أن الكتلة المتدفقة عبر النافث يجب أن تكون ثابتة، وتشير "النجمة" إلى ما يسمى الحالة الحرجة (*Critical Condition*)، إذ رقم ماخ يساوي الواحد *M=1* (سرعة التدفق تساوي سرعة الصوت).

باستعمال المعادلات (9, 7, 4,3) من الممكن التعبير عن نسبة المساحة، A/A* بدلالة رقم ماخ للتدفق. نسبة المساحة هي ببساطة مساحة المقطع العرضي عند أي نقطة (X) في النافث إلى مساحة المقطع العرضي إذ توجد الحالة الحرجة (M=1).

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}M^2}{1+\frac{k-1}{2}}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \qquad (10)$$

عندما يرسم المخطط المكون من A/A* مقابل رقم ماخ باستعمال هذه المعادلة كما في الشكل (5)، يحصل على نتيجة مهمة للغاية! إنه يظهر بوضوح أن الممر المتقارب والمتباعد (*Converging-Diverging*) مع مساحة المقطع الأصغر (*Minimum Area*) المطلوب لتسريع التدفق من السرعة دون الصوتية إلى السرعة فوق الصوتية. النقطة الحرجة التي يكون فيها التدفق عند السرعة الصوتية (M=1 عند A/A*=1) تظهر عند عنق النافث (*throat*). يوضح هذا أهمية وجود قسم متباعد للفوهة إذ إنه بدونه لا يمكن أن يكون التدفق أكبر من السرعة الصوتية.

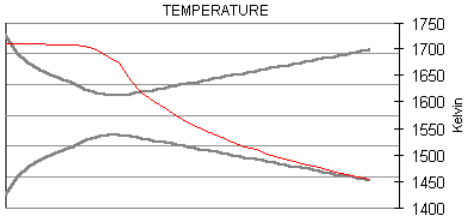
يتحقق التدفق فوق الصوتي فقط في القسم المتباعد من النافث.



الشكل (5): مخطط نسب المقاطع

A/A* مقابل رقم ماخ

وبما أنه يمكن تحديد رقم ماخ من خلال معرفة نسبة المساحة، فمن الممكن الآن رسم التغير في درجة الحرارة والضغط على طول النافث باستعمال المعادلات (6, 4) يوضح الرسم البياني لهذه الخصائص للنافث كما في الشكل (6):



الشكل (6): مخطط التغير في درجة الحرارة والضغط على طول النافث

3-1-5- سرعة خروج الغازات من النافث: *Nozzle gases exit velocity*

سرعة تدفق الغازات عند مخرج النافث لها أهمية أساسية في تحديد دفع المحرك الصاروخي لذلك نحتاج إلى استنتاج علاقتها في الشكل الكامل، (Mishra,2017,P94) إذ يمكن من المعادلتين (8 , 9) استنتاج سرعة التدفق عند مخرج النافث بالعلاقة:

$$v_e = \sqrt{2(h_x - h_e) + v_x^2} \qquad (11)$$

إذ يدل الحرفان (e) على مخرج النافث و(x) أي نقطة على طول محور النافث، بفرض أن النقطة (x) في حجرة الاحتراق حيث تكون السرعة معدومة (v_x=0) ويستبدل بها الدليل (c)، ويمكن بعد ذلك وضع هذه العلاقة في شكل أكثر فائدة بمساعدة علاقة الطاقة وتعريف (k) وكذلك المعادلة (2):

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

من علاقة الطاقة نجد:

$$h_c - h_e = C_p(T_c - T_e) \quad \Rightarrow \quad h_c - h_e = C_p T_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)$$

من العلاقة (2) ومن تعريف (k) نجد:

$$\frac{T_e}{T_c} = \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad ; \quad C_p = \frac{k}{k-1} R$$

نعوض في العلاقة (11) نحصل على العلاقة المطلوبة لسرعة تدفق الغازات عند مخرج النافث (Davenas,1993,P17):

$$v_e = \sqrt{2T_c \left(\frac{R'}{\mathcal{M}}\right)\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \qquad (12)$$

تعدّ هذه العلاقة من أكثر المعادلات فائدة لأنها توضح علاقة سرعة خرج النافث (v_e) مع ضغط حجرة الاحتراق (P_o) وتسمح بحساب قيمة سرعة خرج غازات النافث (*Nozzle gases exit velocity*)، في الخلاصة من الضروري أن نعرف:

k: النسبة الفعالة للحرارة النوعية لنواتج الاحتراق في النافث التي نحصل عليها من تحليل الاحتراق.

R': هو ثابت الغاز العام (R' = 8314 J/kmol.K)

$\mathcal{M}$: هو الوزن الجزيئي الفعال لنواتج الاحتراق في النافث، والذي يحصل عليه من تحليل الاحتراق، ويجب أن يركز على وجود جميع الأنواع في الطور المكثف.

T_c: هي درجة حرارة احتراق الوقود الدافع، والتي يحصل عليها أيضًا من تحليل الاحتراق.

P_e و P_c: هما ضغط خروج الغازات من النافث وضغط حجرة الاحتراق على التوالي. بالنسبة لمعظم صواريخ الهواة يمكن عدّ P_e مساو للضغط الجوي: $P_e = P_a = 1$ ، وP_c هو ضغط الحجرة المقاس، أو ضغط حجرة التصميم، أو ضغط الحجرة المحسوب.

يمكن الحصول على فهم أفضل لسلوك النافث من خلال النظر عن قرب إلى هذه العلاقة وقد يتبين ذلك لدينا ما يأتي:

❁- يحصل على أقصى سرعة خرج عند تفريغه في الفراغ ($P_e = 0$) وهذا ما يسمى بنسبة الضغط اللانهائية (*Infinite pressure ratio*) P_c/P_e.

❁- زيادة ضغط حجرة الاحتراق لا يزيد بشكل كبير من سرعة خروج الغازات إذا كان $k = 1.2$ فقد وجد عند مضاعفة قيمة الضغط P_c من (35 atm) إلى (70 atm) يزيد من سرعة الخرج بحوالي 7% فقط. (سوف يتم توضيحه في حساب بارامترات النافث لاحقاً).

❁- تعدّ كلا من درجة حرارة الاحتراق الأعلى والوزن الجزيئي الفعال الأقل ذات أهمية وفعالية بشكل متساوي، إذ يتناسبان عكسًا مع الجذر التربيعي على التوالي.

❁- على الرغم من أن تأثير تغيير قيمة k ليس واضحًا عند النظر إلى هذه العلاقة إلا أنه ليس كبيرًا جدًا، إذ يؤدي التغيير من (k=1.1) إلى (k=1.2) إلى فقدان في سرعة الخرج بحوالي 7%.

إن النسبة بين مقطع العنق A^* وأي مقطع على طول النافث A_x التي يكون عندها الضغط P_x يعبر عنها بسهولة كتابع لنسبة الضغط (P_x/P_c) و (k)، من خلال ملاحظة أن ماخ عند العنق (M=1) وباستخدام المعادلات (12 . 7 . 4 . 3 . 2) نحصل على:

$$\frac{A^*}{A_x} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_x}{P_c}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{P_x}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \qquad (13)$$

وهذه علاقة أخرى مهمة ومفيدة فهو يسمح بحساب منطقة الخرج A_e بحيث يكون ضغط الخرج P_e مساويًا لضغط الوسط المحيط P_a (عادة 1 atm) وذلك ببساطة عن طريق استبدال P_e بـ P_x:

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \qquad (14)$$

يُعرف هذا بشروط تصميم النافث (*Nozzle design condition*). بحيث تحقق هذه الشروط أكبر قيمة من الدفع (*Maximum thrust is achieved*) بالنسبة لهذا التصميم تُعرف نسبة المقاطع A_e/A^* باسم نسبة التمدد المثالية (*Optimum Expansion Ratio*) البالغة الأهمية.

4- حساب بارامترات النافث: *Calculate Nozzle Parameters*

4-1- حساب سرعة تدفق الغازات عند مخرج النافث لمحرك صاروخي يعمل عند ضغط حجرة احتراق (70 atm) ويتمدد إلى وسط الهواء المحيط (ضغط مخرج النافث يساوي ضغط الوسط المحيط)، الوقود الدافع هو نترات البوتاسيوم – السوربيتول (KNSB) وإهمال الضياعات مثل التي تنسب إلى التدفق ثنائي الطور وعدم فعالية الاحتراق.

P_c : ضغط حجرة الاحتراق 70 atm

Pe : الضغط عند مخرج النافث 1 atm

من الخصائص التي يتمتع بها الوقود الدافع (KNSB) *Potassium Nitrate-Sorbitol* (https://www.nakka-rocketry.net) والتي هي:

k = 1.15

To = 1600 K

$\mathcal{M}$= 39.86 kg/kmol

R' = 8314 N.m/kmol.K ثابت الغاز العام

المعادلة التي تحدد سرعة خروج الغازات من النافث هي:

$$v_e = \sqrt{2T_c\left(\frac{R'}{\mathcal{M}}\right)\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1-\left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

يتم الآن حساب سرعة التدفق عند مخرج النافث بعد التعويض بالقيم المناسبة:

$$v_e = \sqrt{2\cdot 1600\left(\frac{8314}{39.86}\right)\left(\frac{1.15}{1.15-1}\right)\left[1-\left(\frac{1}{70}\right)^{\frac{1.15-1}{1.15}}\right]} = 1475.482\ m/s$$

2-4- حساب سرعة تدفق الغازات كتابع لضغط حجرة الاحتراق ورسم المنحني البياني بفرض أن مجال التغير في ضغط الحجرة بين (1~80 atm).

v_e *m/s*	P_c *atm*
0	1
984.36	5
1152.20	10
1234.00	15
1286.52	20
1324.56	25
1354.06	30
1377.99	35
1398.00	40
1415.14	45
1430.08	50
1443.29	55
1455.11	60
1465.77	65
1475.48	70
1484.38	75

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

1492.59	80

بتطبيق علاقة سرعة خروج الغازات للنافث مع ضغط حجرة الاحتراق لكل قيمة من قيم الضغط المعطاة وباستعمال برنامج إكسل (*Excel*) نحصل الجدول الآتي إضافة الى رسم المنحني البياني.

الشكل (7): المنحني البياني لسرعة خروج الغازات من النافث كتابع لضغط حجرة الاحتراق.

نلاحظ من الرسم البياني لسرعة خروج الغازات مع ضغط حجرة الاحتراق بأن معدل الزيادة (التغير) في سرعة الخرج أكبر عند قيم ضغط حجرة الاحتراق المنخفضة، إذ نجد عند القيم المنخفضة لمجال ضغط الحجرة أن معدل الزيادة في سرعة الخرج أكبر مما هو عند القيم الأعلى لمجال ضغط الحجرة كما هو موضح في الجدول.

ΔP_c *(atm)*	Δv_e *(m/s)*	Δv_e *%*
5-20	302.16	20.48
20-40	111.48	7.56
40-60	57.10	3.87
60-80	37.48	2.54

3-4- حساب نسبة التمدد المثالية لنافث محرك صاروخي يعمل عند ضغط حجرة احتراق (70 atm) ويتمدد إلى الوسط المحيط، وحساب أيضًا قطر مخرج النافث عند قطر عنق للنافث (10 mm) وهي قيمة افتراضية.

العلاقة التي تحدد نسبة المقاطع هي:

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\left[1-\left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

يحسب نسبة المقاطع بعد التعويض بالقيم المناسبة:

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{1.15+1}{2}\right)^{\frac{1}{1.15-1}} \left(\frac{1}{70}\right)^{\frac{1}{1.15}} \sqrt{\left(\frac{1.15+1}{1.15-1}\right)\left[1-\left(\frac{1}{70}\right)^{\frac{1.15-1}{1.15}}\right]}$$

$$\frac{A^*}{A_e} = 0.0995$$

ونسبة التمدد المثالية هي مقلوب هذه القيمة (نسبة المقاطع):

$$\frac{A_e}{A^*} = 10.05$$

يمكن الآن حساب قطر مخرج النافث (De) حيث قطر عنق النافث : D*=10 mm ومن ثم حساب مساحة مقطع العنق:

$$A^* = \frac{\pi}{4}(10)^2 = 78.5\ mm^2$$

يحصل على قطر مخرج النافث باستعمال نسبة المقاطع وقطر العنق:

$$D_e = \sqrt{\frac{4(\frac{A_e}{A^*})A^*}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(10.05)78.5}{\pi}} = 31.7\ mm^2$$

5- مناقشة النتائج: *Discuss the results*

من دراسة التغير في معدل ازدياد سرعة خروج الغازات من النافث مع ازدياد ضغط حجرة الاحتراق نجد:

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

❁– يزداد معدل سرعة الخرج عند المجال الأدنى لقيم ضغط حجرة الاحتراق ومع ازدياد ضغط حجرة الاحتراق نلاحظ انخفاض مقدار الزيادة في معدل سرعة الخرج.

ويعود ذلك أنه عند زيادة ضغط حجرة الاحتراق P_c يسبب تمدداً كبيراً وتبريداً شديداً للغازات.

– أي عند الضغوط المنخفضة لحجرة الاحتراق يتحول جزء كبير من الطاقة الحرارية إلى حركية فتزيد سرعة خروج الغازات من النافث كثيراً.

– أما عند الضغوط العالية تصبح الغازات عند المخرج باردة جداً وقليلة الطاقة، وأي تمدد إضافي لا يحرر سوى كمية ضئيلة من الطاقة فتزيد سرعة الخرج قليلاً جداً.

– أيضاً عند قيمة الثابت $k = 1.15$ يجعل الأس $\frac{k-1}{k}$ صغيراً، ما يزيد من حدة هذا السلوك.

في النهاية، سرعة خروج الغازات القصوى هي:

$$v_{e,max} = \sqrt{2T_c \left(\frac{R'}{\mathcal{M}}\right)\left(\frac{k}{k-1}\right)}$$

❁– عند القيم العالية لضغط الحجرة (> 80 atm) تهمل قيم التغير في سرعة خروج الغازات من النافث وهذا يفيد في عدم رفع قيم ضغط حجرة الاحتراق عند تصميم محرك الوقود الصلب الصاروخي وهذا الشيء مفيد لجهة حساب الجسم المعدني للمحرك.

❁– القيم العالية لضغط الحجرة تعطي عائدًا ضئيلاً في زيادة السرعة لذلك يجب أن يكون هناك حلول أخرى لزيادة سرعة خروج الغازات ونذكر منها:

– زيادة درجة حرارة الاحتراق T_c، إذ إن زيادة درجة حرارة الاحتراق تؤثر خطياً على الجذر التربيعي $v_e \propto T_c$، ما يعطي زيادة ملحوظة في سرعة خروج الغازات حتى من دون رفع الضغط.

– تقليل الوزن الجزيئي للغازات $\mathcal{M}$، تخفيض الكتلة المولية يزيد سرعة خروج الغازات بشكل كبير (عكس الجذر التربيعي) $v_e \propto \sqrt{T_c \left(\frac{R'}{\mathcal{M}}\right)}$

– في بعض التطبيقات يتم حقن وقود إضافي في جزء من النافث حيث الضغط أقل لإطلاق حرارة إضافية (ما يسمى بـ ثنائي المراحل أو الحقن الثانوي). هذا يزيد درجة حرارة الغاز في النافث ما يزيد السرعة، لكنه معقد ويتطلب تحكماً دقيقاً. وهناك حلول أخرى.

6- مقترحات: *Suggestions*

- المتابعة في دراسة وتحليل أبحاث علمية أخرى في هذا المجال مثل دراسة علاقة سرعة الجسم كلياً مع سرعة خروج الغازات من النافث.
- المتابعة في الدراسة التجريبية في حال توفر إمكانية الاختبارات من أدوات وتجهيزات وهذا يثبت صحة القوانين التي نتجت في هذا البحث.
- المتابعة في دراسة زيادة سرعة خروج الغازات من النافث كتابع لزيادة درجة حرارة الاحتراق T_c.

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13

❁- المراجع: *References*

1- Alain Davenas, *"Solid Rocket Propulsion Technology"*, First English edition 1993 , Pergamon Press Ltd, Headington Hill Hall, Oxford 0X3 OBW, England, ISBN 0-08-040999-7

2- George P. Sutton & Oscar Biblarz, *"Rocket Propulsion Elements"*, *9th Ed.*, Copyright © 2017 by John Wiley & Sons, Inc. Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. Published simultaneously in Canada.

3- D.P. Mishra, (2017), *"Fundamentals of Rocket Propulsion"*, CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL 33487-2742, International Standard Book Number- 13: 978-1-4987-8535-8

4- International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD) ISSN(P): 2249-6890; ISSN(E): 2249-8001 Vol. 9, Issue 5, Oct 2019, 21–34, *"Design And Analysis of Solid Propellant Rocket Nozzle and Its Applications To Rcs*", Received: Jun 10, 2019; Accepted: Jul 09,2019; Published: Aug 14, 2019; Paper Id.: IJMPERDOCT2019

5- Jan Östlund , *"Flow Processes In Rocket Engine Nozzles With Focus On Flow Separation And Side-Loads*", Trita-Mek, Technical Report 2002:09, ISSN 0348-467X, ISRN KTH/MEK/TR-02/09-SE

6- Jackson Stephenson, "*Design of Nozzle for High-Powered Solid Rocket Propellant*", Volume 9: 2018, Fall 2018, Article 2

7- M. Abbasalizadeh & S. Jafarmadar & H. Shirvani ,*"The Effects of Pressure Difference in Nozzle's two Phase Flow on the Quality of Exhaust Mixture"*, Received 07 October 2012, Received in revised form 12 December 2012, Accepted 24 January 2013

8- Phili G.Hill & Carl R.Peterson *"Mechanics And Thermodynamics Of Propulsion" , 2nd ed.,* TL 709. H5 - 1992

9- R. D. Zucker and O. Biblarz, *"Fundamentals of Gas Dynamics*", *2nd ed*., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2002.

10- M.C. Olde & B.T.C. Zandbergen, & B.V.S. Jyoti, *"Laser Ignition and Combustion Study of KNO3-Sorbitol based Solid Propellant" ,* Delft University of Technology, *Kluyverweg 1, 2629 HS Delft, The Netherlands* - DOI: 10.13009/EUCASS 2019-583

11- A. Karabeyoglu, (2019), *" Thrust Equation, Nozzles and Definitions* ", Mechanical Eng., KOC University/Stanford University

12- Tamir Hasan, Jay Phillips*, "Potassium Nitrate Based Rocket Propulsion", North Carolina School of Science and Mathematics,* 1219 *Broad St, Durham, NC*. Mentor: Dr Bennett

13- *https://www.nakka-rocketry.net*

تاريخ إيداع البحث:2026/02/26
تاريخ قبوله للنشر:2026/05/13